

KONSTRUKSI POTENSIAL PARTNER DARI PERSAMAAN SCHRODINGER DIMENSI-4 UNTUK POTENSIAL INVERSE POLINOMIAL *PLUS* POTENSIAL SCARF TRIGONOMETRI

TESIS

Disusun untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Mencapai Derajat Magister Program
Studi Ilmu Fisika



Oleh:

WAHYULIANTI

S911508012

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA
2017**

KONSTRUKSI POTENSIAL PARTNER DARI PERSAMAAN SCHRODINGER DIMENSI-4 UNTUK POTENSIAL INVERSE POLINOMIAL *PLUS* POTENSIAL SCARF TRIGONOMETRI

TESIS

Oleh

Wahyulianti

S911508012

Komisi	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Pembimbing			
Pembimbing I	<u>Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D.</u> NIP. 19520915 197603 2 001
Pembimbing II	<u>Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc., Ph.D.</u> NIP. 19610306 198503 1 002

Telah dinyatakan memenuhi syarat

Pada tanggal 2017

Kepala Program Studi Ilmu Fisika
Pascasarjana UNS

Prof. Drs. Cari, MA. M.Sc. Ph.D
NIP. 19610306 198503 1 002

**KONSTRUKSI POTENSIAL PARTNER DARI PERSAMAAN
SCHRODINGER DIMENSI-4 UNTUK POTENSIAL INVERSE
POLINOMIAL *PLUS* POTENSIAL SCARF TRIGONOMETRI**

TESIS

Oleh:
Wahyulianti
S911508012

Tim Penguji

Jabatan	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr.Fuad Anwar, S.Si., M.Si NIP. 197006102000031 001 2017
Sekretaris	Dr.Agus Supriyanto, S.Si., M.Si NIP. 19690826 1999031 001 2017
Anggota Penguji	Prof.Dra.Suparmi, M.A., Ph.D NIP. 19520915 197603 2 001 2017
	Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc. Ph.D NIP. 19610306 198503 1 002 2017

**Telah dipertahankan didepan penguji
Dinyatakan memenuhi syarat
Pada tanggal Desember 2017**

Direktur Program Pascasarjana UNS

Kepala Program Studi Ilmu Fisika

Prof. Dr. M. Furqon Hidayatullah, M.Pd
NIP. 19600727 198702 1 001

Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc. Ph.D
NIP. 19610306 198503 1 002

PERNYATAAN ORISINALITAS DAN PUBLIKASI ISI TESIS

saya menyatakan dengan sebenarnya bahwa:

1. Tesis yang berjudul “**KONSTRUKSI POTENSIAL PARTNER DARI PERSAMAAN SCHRODINGER DIMENSI-4 UNTUK POTENSIAL INVERSE POLINOMIAL *PLUS* POTENSIAL SCARF TRIGONOMETRI**” ini adalah karya penelitian saya sendiri, tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik, serta tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis digunakan sebagai acuan dalam naskah dan disebutkan dalam sumber acuan serta daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti pernyataan saya tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan (Permendiknas No. 17, Tahun 2010)
2. Publikasi sebagian atau keseluruhan dari isi tesis ini pada jurnal atau forum ilmiah lain harus seijin dan menyertakan tim pembimbing sebagai author dan PPs-UNS sebagai institusinya. Apabila dalam waktu sekurang-kurangnya satu semester (enam bulan sejak pengesahan tesis) saya tidak melakukan publikasi dari sebagian atau keseluruhan tesis ini, maka PPs-UNS berhak mempublikasikannya pada jurnal ilmiah yang diterbitkan oleh Prodi Ilmu Fisika PPs-UNS. Apabila saya melakukan pelanggaran dari ketentuan publikasi ini, maka saya bersedia mendapatkan sanksi akademik yang berlaku.

Surakarta, Desember 2017
Mahasiswa,

Wahyulianti
S911508012

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas segalaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan laporan tesis ini yang penulis beri judul “Konstruksi Potensial Partner dari Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Untuk Potensial Inverse Polinomial *Plus* Potensial Scarf Trigonometri“. Penyusunan tesis ini bertujuan untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Magister pada Program Studi Ilmu Fisika Program Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Penulis menyadari bahwa dalam penelitian dan penyusunan laporan tesis ini tidak lepas dari bantuan dan dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan rasa tulus ikhlas dan rasa terimakasih yang sebesar-besarnya penulis ucapkan kepada:

1. Prof. Dr. M. Furqon Hidayatullah, M.Pd, selaku Direktur Program Pascasarjana Universitas Sebelas Maret.
2. Prof. Drs. Cari, M.A., M. Sc., Ph.D. selaku Ketua Program Sdi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret, sekaligus pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan arahan serta motivasi kepada penulis sehingga mampu menyelesaikan tesis ini.
3. Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D. selaku pembimbing I yang telah dengan sabar membimbing dan mengajari penulis, serta memberikan semangat serta motivasi kepada penulis untuk dapat menyelesaikan tesis ini dan juga memberikan dana penelitian melalui Hibah Pascasarjana PNBPN UNS dengan nomor kontrak 632/UN27.21/LT/2017.
4. Bapak/Ibu dosen Program Studi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta yang telah banyak membantu dan memberikan bimbingan selama perkuliahan.
5. Kedua orang tua dan keluarga besar, atas doa dan segala bantuannya sejak penulis menjadi mahasiswa hingga akhirnya bisa menyelesaikan tesis ini.
6. Teman-teman Program studi Ilmu Fisika dan semua pihak yang telah memberikan dukungan, bantuan serta motivasi dalam penyusunan tesis ini.

Penulis menyadari akan adanya kekurangan dalam penulisan tesis ini. Namun demikian, penulis berharap semoga karya kecil ini bermanfaat.

Surakarta, Desember 2017

Penulis

Wahyulianti. S911508012.“ **Konstruksi Potensial Partner dari Persamaan Schrodinger Dimensi-4 untuk Potensial Inverse Polinomial *Plus* Potensial Scarf Trigonometri**”. Tesis: Program Pascasarjana Ilmu Fisika Universitas Sebelas Maret, Surakarta. Pembimbing: (1). Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D

ABSTRAK

Persamaan Schrodinger dimensi-4 untuk potensial Inverse Polinomial *plus* potensial Scarf trigonometri dan potensial partnernya dapat diselesaikan dengan menggunakan metode fungsi gelombang Ansatz dan metode Nikiforov-Uvarov. Kombinasi dari dua potensial disubstitusikan ke persamaan Schrodinger dimensi-4, kemudian dilakukan pemisahan variabel menjadi bagian radial dan anguler. Batasan dimensi yang dipilih adalah $D = 4$ sehingga persamaan bagian anguler dipisahkan kembali menjadi tiga bagian persamaan sudut. Penyelesaian persamaan Schrodinger dimensi-4 bagian radial menggunakan metode fungsi gelombang Ansatz dan penyelesaian persamaan Schrodinger dimensi-4 bagian anguler dengan menggunakan metode Nikiforov-Uvarov, kemudian dilakukan konstruksi potensial sehingga diperoleh potensial baru. Potensial baru ini disebut sebagai potensial partner. Penyelesaian persamaan Schrodinger dimensi-4 untuk potensial partner menggunakan metode yang sama seperti potensial originalnya (potensial Inverse Polinomial *plus* potensial Scarf trigonometri).

Penyelesaian persamaan Schrodinger dimensi-4 dengan menggunakan metode fungsi gelombang Ansatz dapat dilakukan dengan substitusi fungsi gelombang radial Ansatz. Penyelesaian persamaan Schrodinger dimensi-4 dengan menggunakan metode Nikiforov-Uvarov dapat dilakukan dengan mereduksi persamaan differensial orde dua menjadi persamaan Tipe-Hipergeometri dengan melakukan substitusi variabel. Konstruksi potensial partner dilakukan dengan menggunakan metode Supersimetri.

Nilai energi sistem dihitung secara analitik dan secara numerik. Nilai energi bergantung pada momentum anguler orbital l_3 , di mana keduanya saling terkait dengan bilangan kuantum anguler. Peningkatan n_r menyebabkan penurunan nilai energi dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial *plus* potensial Scarf trigonometri dan potensial partner. Terdapat perbedaan nilai energi dan fungsi gelombang dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial original Inverse Polinomial *plus* potensial Scarf trigonometri dengan potensial partnernya. Potensial partner mempunyai nilai energi yang lebih besar dibandingkan dengan energi potensial originalnya.

Kata Kunci: persamaan schrodinger dimensi-4, potensial inverse polinomial, potensial scarf trigonometri, potensial partner.

Wahyulianti. S911508012. **“Construction of Potential Partner of 4-dimensional Schrodinger Equation for Polynomial Inverse plus Trigonometric Scarf Potential”**. Thesis: Physics Postgraduate Program, Sebelas Maret University, Surakarta, Advisor: (1). Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D

ABSTRACT

The 4-dimensional Schrodinger equation for Polynomial Inverse plus Trigonometric Scarf potential and partners potential was solved by using the Ansatz wavefunction method and Nikiforov-Uvarov method. The combination of the two potentials is substituted into the 4-dimensional Schrodinger equation, then separating of variables into radial and angular parts. The limitation for dimension is $D = 4$, therefore the angular part equation can be separated into four parts of angular equation. The radial part of 4-dimensional Schrodinger equation was solved by using the Ansatz wave function method and the angular part of 4-dimensional Schrodinger equation was solved by using the Nikiforov-Uvarov method, then made construction of potential so that the new potential is obtained. This new potential is referred to as potential partner. The solution of the 4-dimensional Schrodinger equation for potential partners by using the same method as its original potential (Polynomial Inverse plus Trigonometric Scarf potential).

The solution of the 4-dimensional Schrodinger equation by using Ansatz wavefunction method can be done by substitution of Ansatz radial wavefunction. The solution of the 4-dimensional Schrodinger equation by using the Nikiforov-Uvarov method by reducing the second-order differential equation to the type-hypergeometric equation by substituting the variables. To construct the partner potential was used the Supersymmetry method.

The analytically and numerically eigenvalue of the system was calculated. The eigenvalue depended on the orbital angular momentum l_3 and the angular quantum number. The increases of n_r is given the effect in decrease the eigenvalue of particle by Polynomial Inverse plus Trigonometric Scarf potential and partners potential. The eigenvalue and wavefunction of Polynomial Inverse plus Trigonometric Scarf potential with its partner potential is different. The eigenvalue of potential partners greater than its original potential.

Keywords: 4-dimension Schrodinger equation, polynomial inverse potential, trigonometric scarf potential, partner potential.

MOTTO

Kerjakan sesuatu dengan ikhlas, maka sesuatu yang kita kerjakan akan terasa ringan

PERSEMBAHAN

Tesis ini saya persembahkan kepada:

Kedua orang tua tercinta, terimakasih untuk semua doa, dukungan, kesabaran, pengorbanan dan kasih sayang yang tidak terhingga. Kakak, adik, dan keluarga besar, yang selalu mendukung dan memberikan semangat.

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
SURAT PERNYATAAN.....	iv
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN ABSTRAK.....	vi
HALAMAN ABSTRACT	vii
HALAMAN MOTTO DAN PERSEMBAHAN	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL.....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Tujuan Penelitian	4
D. Batasan Masalah	5
E. Manfaat Penelitian	5
BAB II LANDASAN TEORI.....	7
A. Tinjauan Pustaka.....	7
1. Persamaan Schrodinger	7
2. Persamaan Schrodinger Dalam Ruang Dimensi-D	8
3. Review Metode Fungsi Gelombang Ansatz.....	10
4. Review Metode Nikiforov-Uvarov	11
5. Review Metode Supersimetri Mekanika Kuantum	14
6. Potensial Inverse Polinomial dan Potensial Scarf Trigonometri	15
B. Penelitian yang Relevan	17

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	21
A. Waktu dan Tempat Penelitian.....	21
B. Objek Penelitian.....	21
C. Instrumen Penelitian	22
D. Prosedur Penelitian	22
E. Diagram Alir Penelitian.....	24
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	26
A. Pendahuluan.....	26
B. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Radial untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri Menggunakan Metode Fungsi Gelombang Ansatz	27
C. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri Menggunakan Metode Nikiforov-Uvarov	34
1. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_1	34
2. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_2	38
3. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_3	41
D. Konstruksi Potensial Partner Menggunakan Supersimetri	45
1. Untuk Potensial Iverse Polinomial.....	46
2. Untuk Potensial Scarf Trigonometri Bagian θ_1	46
3. Untuk Potensial Scarf Trigonometri Bagian θ_2	49
4. Untuk Potensial Scarf Trigonometri Bagian θ_3	51
E. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Radial untuk Potensial Partner Menggunakan Metode Fungsi Gelombang Ansatz	54
F. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk Potensial Partner Menggunakan Metode Nikiforov-Uvarov	60
1. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_1	60

2. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_2	62
3. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk θ_3	65
G. Kasus Khusus Penyelesaian Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Radial untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri Menggunakan Metode Fungsi Gelombang Ansatz.....	67
H. Analisis Tingkat Energi Persamaan Schrodinger Dimensi-4 untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri.....	68
I. Visualisasi Fungsi Gelombang Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Radial untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri.....	73
J. Visualisasi Fungsi Gelombang Persamaan Schrodinger Dimensi-4 Bagian Anguler untuk Kombinasi Potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> Potensial Scarf Trigonometri	75
BAB V PENUTUP	95
A. Kesimpulan	95
B. Saran.....	96
DAFTAR PUSTAKA	97
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1. Tingkat energi dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri dan potensial partner dalam dimesi-4 untuk variasi n_r dan a dengan $b = 1, c = -3, d = -1, e = 1, f = -3, a_i = 2, b_i = 2$ dan $n_l = 0$	70
Tabel 4.2. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_1	75
Tabel 4.3. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial partner Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_1	76
Tabel 4.4. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_2	80
Tabel 4.5. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial partner Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_2	81
Tabel 4.6. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_3	85
Tabel 4.7. Fungsi gelombang bagian anguler dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial partner Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri untuk variasi n_l dalam rentang sudut θ_3	86

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1. Bagan Alir Penelitian.....	25
Gambar 4.1. Plot potensial Inverse Polinomial dan potensial partnernya dengan $a = 4, b = 4, c = 4, d = 2, e = 2, f = 2, a_i = 2, b_i = 2$ dan $n_l = 0$	71
Gambar 4.2. Plot potensial Scarf trigonometri dan potensial partnernya untuk $a_i = 2, b_i = 2$ dan $n_l = 0$	72
Gambar 4.3a. Plot fungsi gelombang bagian radial tidak ternormalisasi dari potensial Inverse Polinomial <i>plus</i> potensial Scarf trigonometri pada keadaan $a = -4, b = 1, c = -3, d = -1, e = 1, f = -3, a_i = 2, b_i = 2$ dan $n_l = 0$ untuk variasi n_r	74
Gambar 4.3b. Plot fungsi gelombang bagian radial tak ternormalisasi dari potensial partner Inverse Polinomial <i>plus</i> Scarf trigonometri pada keadaan $a = -4, b = 1, c = -3, d = -1, e = 1, f = -3, a_i = 2, b_i = 2$ dan $n_l = 0$ untuk variasi n_r	74
Gambar 4.4. Visualisasi fungsi gelombang 3D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_1 dengan skala berbeda.....	77
Gambar 4.5. Visualisasi fungsi gelombang 2D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_1 dengan skala berbeda.....	79
Gambar 4.6. Visualisasi fungsi gelombang 3D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_2 dengan skala berbeda.....	82

- Gambar 4.7. Visualisasi fungsi gelombang 2D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_2 dengan skala berbeda.....83
- Gambar 4.8. Visualisasi fungsi gelombang 3D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_3 dengan skala berbeda.....87
- Gambar 4.9. Visualisasi fungsi gelombang 2D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut θ_3 dengan skala berbeda.....88
- Gambar 4.10. Visualisasi fungsi gelombang 3D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut $\theta_1 \times \theta_2 \times \theta_3$ dengan skala berbeda.....90
- Gambar 4.11. Visualisasi fungsi gelombang 2D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi n_l dengan parameter $a_i = 2$ dan $b_i = 2$ dalam rentang sudut $\theta_1 \times \theta_2 \times \theta_3$ dengan skala berbeda.....91
- Gambar 4.12. Visualisasi fungsi gelombang 3D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi a_i dan b_i dengan $n_l = 0$ dalam rentang sudut $\theta_1 \times \theta_2 \times \theta_3$ dengan skala berbeda.....92

Gambar 4.13. Visualisasi fungsi gelombang 2D bagian angular dari partikel yang dipengaruhi oleh potensial Inverse Polinomial plus potensial Scarf Trigonometri pada sisi kiri dan potensial partner pada sisi kanan untuk variasi a_i dan b_i dengan $n_l = 0$ dalam rentang sudut $\theta_1 \times \theta_2 \times \theta_3$ dengan skala berbeda.....93

DAFTAR SIMBOL

ψ	= fungsi gelombang
x	= posisi
t	= waktu
p	= momentum
m	= massa
E_n	= energi
$V(r, \Omega)$	= potensial fugsi
V_2	= potensial partner
\hbar	$= h/2\pi$
c	= kecepatan cahaya dalam ruang hampa
c_1, c_2, \dots, c_{14}	= parameter solusi potensial Scarf trigonometri
$c_1', c_2', \dots, c_{14}'$	= parameter solusi potensial partner Scarf trigonometri
k	= bilangan gelombang
ω	= frekwensi sudut gelombang
a, b, c, d, e, f	= parameter kedalaman untuk potensial Inverse Polinomial
a_i, b_i	= parameter kedalaman untuk potensial Scarf trigonometri
r	= jarak elektron ke inti
Δ	= nabla
∇	= laplacian
H	= hamiltonian
$Y_{jm}^l(\theta, \varphi)$	= spin <i>hyperspherical</i> harmonik
P	= polinomial jacobi
n	= bilangan kuantum
n_r	= bilangan kuantum radial
$U(r)$	= fungsi gelombang radial

$U'(r)$	= fungsi gelombang radial potensial partner
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	= konstanta pemisah variabel
$\lambda_1', \lambda_2', \lambda_3'$	= konstanta pemisah variabel partner
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	= sudut putar
$P(\theta_1), P(\theta_2), P(\theta_3)$	= fungsi gelombang Anguler
$P'(\theta_1), P'(\theta_2), P'(\theta_3)$	= fungsi gelombang Anguler potensial partner
n_l	= bilangan kuantum anguler
l_1, l_2, l_3	= momentum anguler potensial original
l_1', l_2', l_3'	= momentum anguler potensial partner

DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1. Artikel Publikasi 1
- Lampiran 2. Artikel Publikasi 2
- Lampiran 3. Artikel Publikasi 3
- Lampiran 4. Penjabaran Persamaan Schrodinger Dimensi-4
- Lampiran 5. Listing Program Visualisasi Bagian Radial
- Lampiran 6. Listing Program Visualisasi Bagian Sudut